Progresif, Vol. 2, No. 2, Agustus 2006 : 166 – 226 ISSN 0216-3284

PENYEDERHANAAN OPERASI PERHITUNGAN PADA METODE SIMPLEKS

Yulia Yudihartanti

ABSTRAKSI

Metode simpleks merupakan salah satu teknik penyelesaian programasi linear dengan beberapa cara operasi perhitungan yaitu melalui prosedur aljabar dan penggunaan table simpleks. Dengan dua cara tersebut dan melalui proses perbandingan menggunakan kedua cara tadi diharapkan ada salah satu cara yang sistematis dan dapat melacak dengan mudah kesalahan yang mungkin terjadi pada awal proses hingga akhir proses perhitungan untuk menghindari penyelesaian yang tidak optimal

Penelitian ini bertujuan untuk mengurangi kerumitan dan kekompleksan proses operasi perhitungan metode simpleks serta memudahkan pelacakan kesalahan yang terjadi akibat ketidaktelitian atau salah hitung agar tercapai penyelesaian optimal.

Penyelesaian programasi linear dengan metode simpleks dapat menggunakan dua cara yaitu cara yang pertama menggunakan prosedur aljabar dan cara yang kedua menggunakan table simpleks.

Adanya cara yang sistematis dalam melakukan operasi perhitungan dengan metode simpleks menyebabkan kerumitan proses menjadi berkurang dan kesalahan yang terjadi dapat diperbaiki dengan mudah sehingga untuk mencapai penyelesaian optimal tidaklah merupakan hal yang sulit.

Key words : ***metode simpleks, prosedur aljabar, table simpleks***

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pada dasarnya, metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model pemrograman linear ditujukan untuk mencari solusi (penyelesaian) dari beberapa alternatif solusi yang dibentuk oleh persamaan-persamaan pembatas sehingga diperoleh nilai fungsi tujuan yang optimal. Ada dua cara yang bisa digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan pemrograman linear ini, yaitu dengan cara grafis dan dengan metode simpleks. Dengan cara grafis, persoalan pemrograman linear yang bisa diselesaikan hanya mengandung paling banyak dua variable keputusan, sehingga apabila suatu pemrograman linear itu mengandung lebih dari dua variable keputusan maka cara grafis menjadi kurang efisien untuk digunakan. Penyelesaian persoalan pemrograman linear dengan variable keputusan yang banyak (lebih dari dua) lebih tepat menggunakan metode simpleks karena metode simpleks mempunyai teknik-teknik tersendiri dalam hal pengambilan keputusan menentukan penyelesaian yang paling optimal. Karena keterbatasan dengan cara grafik itulah maka pemakai ilmu riset operasi harus menguasai metode simpleks agar mampu menyelesaikan persoalan pemrograman linear yang kompleks pula.

Operasi perhitungan dalam metode simpleks bisa dikatakan rumit karena proses perhitungan pada metode simpleks dilakukan secara rutin (berulang) dengan menggunakan pola yang sistematik hingga penyelesaian terbaik dicapai. Proses perhitungan rutin ini disebut iterative process. Untuk mencapai penyelesaian terbaik diperlukan ketelitian dan keterampilan dalam menghitung yang baik Perlu diingat bahwa dalam proses berulang operasi perhitungan harus dilakukan secara terurut. Jadi, jika terjadi kesalahan pada awal proses perhitungan maka proses selanjutnya juga akan salah. Oleh karena itu diperlukan satu proses yang sistematis untuk menyederhanakan operasi perhitungan metode simpleks tersebut agar kesalahan hasil yang diperoleh dapat dihindarkan.

B. Perumusan Masalah

Penelitian ini merumuskan masalah yaitu cara manakah yang lebih efektif antara prosedur aljabar dan tabel simpleks, dalam penyelesaian pemrograman linier dengan metode simpleks?

C. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengurangi kerumitan dan kekompleksan proses operasi perhitungan metode simpleks serta memudahkan pelacakan kesalahan yang terjadi akibat ketidaktelitian atau salah hitung agar tercapai penyelesaian optimal.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberi manfaat untuk mengurangi kerumitan dan kesalahan yang terjadi dalam pemrograman linier.

E. Batasan Penelitian

Ruang lingkup penelitian ini terpusat pada teknik penyelesaian pemrograman linear dengan metode simpleks yang dilakukan dengan membandingkan operasi perhitungan prosedur aljabar dan tabel simpleks.

II. LANDASAN TEORI

A. Arti Dan Kegunaan Pemrograman Linear

Sebagian besar dari persoalan manajemen berkenaan dengan penggunaan sumber secara efisien atau alokasi sumber-sumber yang terbatas (tenaga kerja terampil, bahan mentah, modal) untuk mencapai tujuan yang diinginkan (desired objective) seperti penerimaan hasil penjualan yang harus maksimum, penerimaan devisa hasil ekspor nonmigas harus maksimum; jumlah biaya transpor harus minimum; lamanya waktu antrian untuk menerima pelayanan sependek mungkin; kemakmuran rakyat sebesar-besarnya.

Dalam keadaan sumber yang terbatas harus dicapai suatu hasil yang optimum. Dengan perkataan lain bagaimana caranya agar dengan masukan (input) yang serba terbatas dapat dicapai hasil kerja yaitu keluaran (output) berupa produksi barang atau jasa yang optimum. Pemrograman linear akan memberikan banyak sekali hasil pemecahan persoalan, sebagai alternatif pengambilan tindakan, akan tetapi hanya ada satu yang optimum (maksimum atau minimum). Ingat bahwa mengambil keputusan berarti memilih alternatif, yang jelas harus alternatif yang terbaik (the best alternative).

Jadi mencari suatu pemecahan yang optimum dengan memperhatikan pembatasan-pembatasan input. Inilah yang menjadi sasaran Riset Operasi, khususnya teknik pemrograman linear.

Sebelum memecahkan suatu persoalan terlebih dahulu akan dijelaskan beberapa istilah berikut :

1. Pemecahan (solution) ialah nilai-nilai dari variable x yang memenuhi ketidaksamaan / persamaan.
2. Pemecahan disebut fisibel (feasible solution) kalau nilai x sudah memenuhi ketidaksamaan yang ada.
3. Pemecahan dasar (basic solution) ialah pemecahan ang diperoleh)nilai-nilai x) hanaya didasarkan atas bayaknya persamaan yang ada sedangkan sisa variable lainnya, nilainya nol.
4. Pemecahan optimal (optimal solution) ialah pemecahan dasar fisibel yang membuat fungsi obyektif z optimum

(maksimum atau minimum) (J. Supranto, 1988)

B. Pengertian Metode Simpleks

Metode-metode yang dikembangkan untuk memecahkan model pemrograman linear ditujukan untuk mencari solusi (penyelesaian) dari beberapa alternatif solusi yang dibentuk oleh persamaan-persamaan pembatas sehingga diperoleh nilai fungsi tujuan yang optimal.

Metode simpleks merupakan teknik yang paling berhasil dikembangkan untuk memecahkan persoalan pemrograman linear yang mempunyai jumlah variable keputusan dan pembatas yang besar. Algoritma simpleks ini diterangkan dengan menggunakan logika secara aljabar matriks, sedemikian sehingga operasi perhitungan dapat dibuat lebih efisien (Ir. Tjutju Tarliah Dimyati, MSIE dan Ir. Akhmad Dimyati, MBA, 2003).

Metode Simpleks dikembangkan oleh George Dantzig pada tahun 1947. Berbeda dengan pemrograman linear dengan metode grafik yang hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan kasus dengan paling banyak tiga variable keputusan, maka metode simpleks dapat digunakan untuk memecahkan kasus dengan banyak variable keputusan.

Adapun proses penyusunan model matematika untuk fungsi tujuan dan fungsi kendala pada metode simpleks sama dengan proses pada metode grafik. Namun, proses perhitungan pada metode simpleks dilakukan secara rutin (berulang) dengan menggunakan pola yang sistematik hingga penyelesaian terbaik dicapai. Proses perhitungan rutin ini disebut iterative process. Pada setiap akhir iterasi, nilai fungsi tujuan akan sama atau lebih besar dari penyelesaian pada iterasi sebelumnya. Hal ini memberi jaminan bahwa proses bergerak ke arah penyelesaian optimal. Metode ini juga akan menunjukkan kapan penyelesaian optimal tercapai (Dra.M.Y. Dwi Hayu Agustini, MBA dan Yus Endra Rahmadi, 2004).

Untuk dapat lebih memahami uraian selanjutnya, berikut ini diberikan pengertian dari beberapa terminology dasar yang banyak digunakan dalam membicarakan metode simpleks.

Langkah-langkah yang ditempuh dalam metode simpleks untuk menyelesaikan suatu kasus menurut Dra.M.Y. Dwi Hayu Agustini, MBA dan Yus Endra Rahmadi, 2004 meliputi tiga langkah dasar, yaitu menyusun bentuk standar dari model matematika permasalahan yang dihadapi, menyusun permasalahan dalam bentuk tabel dan mencari penyelesaian selanjutnya.

1. Menyusun bentuk standar.

Untuk dapat diselesaikan dengan metode simpleks, pertama-tama bentuk ketidaksamaan fungsi kendala dalam model matematika di atas diubah dulu menjadi bentuk persamaan dengan cara menambah suatu variable pada sisi kiri ketidaksamaan. Proses penambahan variable ini disebut dengan augmentation dan variable yang ditambahkan ini disebut variable slack. Bentuk persamaan yang dihasilkan disebut bentuk standar metode simpleks.

Tanda $\leq$ pada ketidaksamaan-ketidaksamaan fungsi kendala menyatakan bahwa nilai sisi kiri lebih kecil dari pada nilai sisi kanan. Supaya nilai kedua sisi sama, maka pada sisi kiri perlu ditambah suatu nilai yaitu sebesar variable slack, S.

Masalahnya sekarang adalah bagaimana kalau nilai sisi kanan dari fungsi kendala bertanda negatif. Pertama-tama fungsi kendala harus dirubah menjadi fungsi yang ekuivalen dengan nilai sisi kanan yang tidak negatif. Hal ini harus dilakukan dengan mempertimbangkan tanda yang terdapat pada fungsi kendala, apakah $\leq$, =, $\geq$. Misalnya fungsi kendala $2x_1 - x_2 \leq -30$. Supaya nilai sisi kanan menjadi tidak negatif maka fungsi kendala tersebut diubah dengan mengalikan kedua sisi dengan –1. Perhatikan bahwa tanda ketidaksamaan akan berubah arah karenanya, sehingga ketidaksamaan menjadi $-2x_1 + x_2 \geq 30$.

Kalau ketidaksamaan kendala $\geq$ diubah menjadi bentuk standar, maka nilai sisi kiri harus dikurangi dengan suatu variable supaya nilainya sama dengan sisi kanan. Variabel ini disebut dengan variable surplus. Dengan demikian, bentuk standar dari contoh ketidaksamaan kendala di atas menjadi $-2x_1 + x_2 - S_1 = 30$, dimana variable S_1 merupakan variable surplus yang fungsinya sama dengan variable slack, yaitu menyamakan nilai sisi kiri dan kanan fungsi kendala.

Penyelesaian dasar yang diperoleh dengan mengasumsikan x_1 dan x_2 sama dengan nol menyebabkan nilai penyelesaian dasar variable surplus menjadi negatif. Bila $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$, maka $-2x_1 + x_2 - S_1 = 30$ mempunyai penyelesaian dasar menjadi $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ dan $S_1 = -30$. Hal ini berarti S_1 tidak memenuhi syarat non negativity. Dengan kata lain, penyelsaian di atas bukan merupakan penyelesaian dasar.

Yang dilakukan untuk dapat menyelesaikan kasus seperti ini adalah menambah suatu variable yang memungkinkan menyusun bentuk tabel dan karenanya memungkinkan untuk membuat penyelesaian dasar awal. Variabel yang dimaksud disebut variable artificial, yang diberi symbol a_i. Dengan cara ini ketidaksamaan di atas akan menjadi $-2x_1 + x_2 - S_1 + a_i = 30$, dimana i adalah kendala ke-i. Jadi penyelesaian dasar awal yang diperoleh dengan memisalkan $x_1 = x_2 = S_1 = 0$ adalah $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ dan $S_1 = 0$, dan $a_i = 30$.

Hal yang sama dapat dilakukan juga pada kendala kesamaan (=). Disini variable artificial tinggal ditambahkan ke dalam kesamaan tersebut untuk memperoleh penyelesaian dasar yang layak. Misal, terdapat kendala $-2x_1 + x_2 = 30$. Dengan menambahkan variable artificial akan diperoleh kesamaan $-2x_1 + x_2 + a_1 = 30$.

Adanya variable artificial dalam penyelesaian menyebabkan kesulitan untuk menginterpretasikan hasil yang diperoleh, karena keberadaan variable ini hanya merupakan trik matematika untuk dapat menyelesaikan sisem persamaan kendala yang ada. Perlu diingat bahwa supaya suatu system persamaan dapat diselesaikan, maka harus mengandung m persamaan dengan m variable. Tetapi tujuan analisis metode simpleks adalah mencari penyelesaian optimal yang akan nampak pada hasil iterasi terakhir, sehingga sejauh variable artificial dapat dihilangkan dari penyesesaian sebelum penyelesaian optimal tercapai maka tidak akan lagi terdapat kesulitan.

2. Menyusun permasalahan dalam bentuk tabel

Untuk mempermudah proses penyelesaian masalah, maka persamaan-persamaan dalam bentuk standar yang telah disusun tadi dituliskan dalam suatu tabel. Dimana tabel tersebut terdiri dari : kolom pertama dari tabel simpleks merupakan kolom kombinasi produk yang dihasilkan. Sedang kolom Cj menunjukkan besar keuntungan per unit variable yang ada dalam kolom kombinasi produk. Kolom tiga hingga delapan disebut sebagai kolom-kolom variable, dimana kolom tiga dan empat mencerminkan produk riil dan kolom lima hingga delapan menunjukkan slack. Apabila dilihat menurut baris, maka baris pertama tabel simpleks disebut sebagai baris Cj, baris kedua adalah baris variable, dan baris sisanya adalah baris yang menunjukkan koefisien-koefisien fungsi kendala.

Bila suatu variabel tidak muncul dalam kolom kombinasi produk (seperti x_1, x_2), berarti variable-variabel tersebut besarnya sama dengan nol. Variabel yang demikian disebut variable non-dasar. Sedang variable yang tidak sama dengan nol (dalam hal ini variable-variabel slack) disebut variable dasar.

3. **Mencari penyelesaian selanjutnya**

Pada tahap ini hal yang dilakukan adalah mengulangi satu penyelesaian dasar ke penyelesaian dasar yang lain hingga diperole penyelesaian dasar yang optimal. Untuk menemukan penyelesaian dasar layak, pada tabel simpleks perlu ditambah dengan dua baris yang ditempatkan di bagian bawah. Baris tambahan pertama diberi nama baris Zj yang menunjukkan penurunan nilai fungsi tujuan yang dihasilkan bisa satu unit variable dalam kolom variable dimasukkan dalam penyelesaian. Baris tambahan kedua disebut baris evaluasi neto (net evaluation row) yang berisi nilai Cj – Zj untuk setiap variable (kolom) dalam tabel.

Untuk menghitung berapa besar fungsi tujuan akan berkurang pada saat 1 unit variable non dasar ditambahkan, maka harus diketahui nilai koefisien fungsi tujuan untuk variable dasar, yang ditunjukkan pada kolom Cj pada tabel. Dari sini, nilai-nilai dalam baris Zj dapat ditentukan dengan mengalikan elemen-elemen dalam kolom Cj dengan elemen-elemen dalam kolom variable yang bersangkutan dan kemudian menjumlahkannya. Jadi bila penyelesaian dasar seluruhnya mengandung variable slack dan bila nilai Cj untuk nilai-nilai tersebut semuanya nol, pengurangan nilai variable slack pada saat variable non dasar ditambahkan tidak akan mengurangi keuntungan.

Besarnya keuntungan itu sendiri dapat ditentukan dengan cara mengalikan nilai-nilai variable dasar yang disajikan pada kolom terakhir dengan kontribusinya terhadap keuntungan yang disajikan pada kolom Cj.

Disini dapat dilihat bahwa perpindahan dari satu penyelesaian dasar ke penyelesaian dasar lain dengan cara memilih variable non dasar untuk menggantikan variable dasar yang ada. Proses iterasi yang demikin merupakan proses yang sangat penting dalam metode simpleks.

Pada penyelesaian berikutnya yang harus diketahui sekarang adalah memilih variable non dasar mana yang harus dimasukkan ke dalam kolom kombinasi produk dan variabel dasar mana yang harus meninggalkan kolom kombinasi produk. Jadi, bila nilai vaiabel non dasar pada persamaan kendala lebih kecil atau sama dengan nol, maka kendala itu tidak pernah membatasai jumlah unit variable non dasar yang dapat ditambahkan. Berarti pula, variable dasar pada kendala tersebut juga tidak akan pernah keluar dari penyelesaian. Oleh karena itu, variable mana yang harus keluar dapat ditentukan dengan melihat baris-baris pada tabel dimana koefisien variable non dasar bernilai positif.

Kriteria yang digunakan untuk memasukkan variable baru ke dalam kolom kombinasi produk adalah variable dari baris evaluasi netto pada kolom variable yang akan menyebabkan kenaikan per unit fungsi tujuan yang paling besar.

C. Algoritma simpleks untuk persoalan maksimasi

Untuk menyelesaikan persoalan pemrograman linear dengan menggunakan metode simpleks, lakukanlah langkah-langkah berikut :

1. Konversikan formulasi persoalan ke dalam bentuk standar.
2. Cari penyelesaian dasar yang layak (Basis Fisible Solution).
3. Jika seluruh variable non dasar (NBV = Non Basis Variable) mempunyai koefisien nonnegative (artinya berharga positif atau nol) pada baris fungsi tujuan maka BFS sudah optimal. Jika pada baris 0 masih ada variable dengan koefisien negatif, pilihlah salah satu variable yang mempunyai koefisien paling negatif pada baris 0 itu. Variabel ini akan memasuki status variable dasar, karena itu variable ini disebut sebagai variable yang masuk basis (EV = Entering Variabel).
4. Hitung rasio dari (Ruas kanan) / (Koefisien EV) pada setiap baris pembatas dimana EV nya mempunyai koefisien positif. Variabel dasar pada baris pembatas dengan rasio positif terkecil akan berubah status menjadi variable non dasar. Variabel ini kemudian disebut sebagai variable yang meninggalkan basis atau leaving variable, disingkat LV.
   Jika ditemukan lebih dari satu baris yang mempunyai rasio positif terkecil, pilihlah salah satu. Cara ini tidak akan mempengaruhi hasil perhitungan akhir.
5. Lakukan operasi baris elementer (ERO) untuk membuat koefisien EV pada baris dengan rasio positif terkecil ini menjadi berharga 1 dan berharga 0 pada baris-baris lainnya.
6. Kembali ke langkah 3 sampai diperoleh penyelesaian optimal yang sesuai dengan persyaratan metode simpleks.

D. Algoritma simpleks untuk persoalan minimisasi

Untuk menyelesaikan persoalan pemrograman linear dengan fungsi tujuan meminimumkan z, ada dua cara yang dapat dilakukan, yaitu :

1. Mengubah fungsi tujuan dan persamaannya, kemudian menyelesaikannya sebagai persoalan maksimasi atau meminimumkan z, adalah identik dengan memaksimumkan –z, sehingga aturan penyelesaian kasus maksimasi dapat diterapkan disini.
2. Memodifikasi langkah 3 pada algoritma simpleks persoalan maksimasi sehingga menjadi :
   Jika seluruh NBV pada baris fungsi tujuan mempunyai koefisien yang berharga nonpositif (artinya berharga negatif atau nol), maka BFS sudah optimal. Jika pada baris fungsi tujuan masih ada variable dengan koefisien positif, pilihlah salah satu variable yang berharga paling positif pada baris fungsi tujuan itu untuk menjadi EV atau penyelesaian optimal tercapai apabila baris Cj – Zj tidak negatif (positif), dimana hal ini merupakan kebalikan dari penyelesaian kasus maksimasi yang menyatakan bahwa penyelesaian optimal tercapai apabila baris Cj – Zj negatif atau sama dengan nol.

III. METODOLOGI PENELITIAN

Tahapan metode penelitian yang dipergunakan mulai dari pengambilan data hingga memperoleh hasil yang diinginkan adalah sebagai berikut :

A. Observasi

Kesimpulan mengenai kerumitan dan kekompleksan teknik penyelesaian pemrograman linear dengan metode simpleks diperoleh dari pengamatan terhadap mahasiswa yang mengambil mata kuliah Teknik Riset Operasi dan merasa kesulitan dalam menyelesaikan tugas maupun ujiannya, terutama untuk materi yang berhubungan dengan metode simpleks.

B. Studi Pustaka

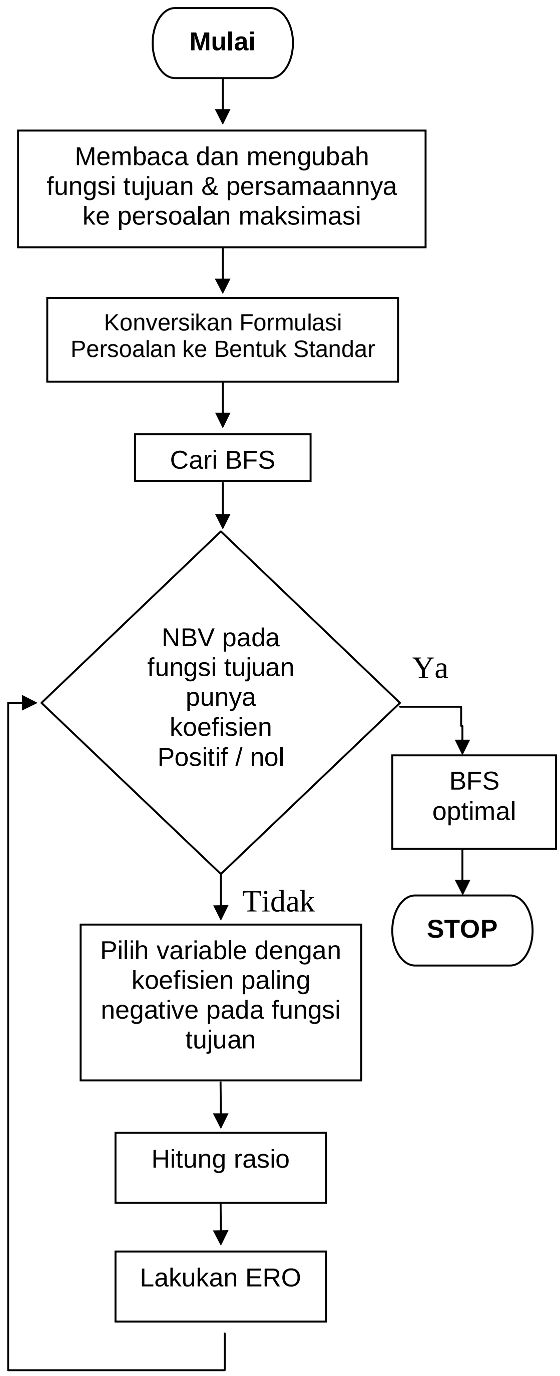
Melakukan studi pustaka untuk memperoleh pustaka atau referensi tentang teori-teori yang mendukung observasi yaitu mengenai riset operasi bahasan tentang teknik penyelesaian pemrograman linear dengan metode simpleks.

Metode ini juga dipergunakan sebagai dasar penulisan rumus-rumus untuk mencapai penyelesaian yang optimal.

C. Eksperimen

Pada tahap ini dilakukan perbandingan operasi perhitungan dengan menggunakan prosedur aljabar dan tabel simpleks. Pada bagian pertama eksperimen akan dilakukan perhitungan soal minimisasi dengan prosedur aljabar yang ditulis secara rinci hingga penyelesaian optimal tercapai, pada bagian kedua masih dengan soal yang sama, eksperimen dilakukan dengan menggunakan tabel simpleks hingga penyelesaian optimal tercapai. Dengan demikian akan terlihat cara mana yang paling sistematis dan mudah untuk menyelesaikan masalah dengan metode simpleks.

Pada dasarnya alur proses yang dipergunakan dalam proses perhitungan soal minimisasi dengan metode simpleks adalah sebagai berikut :



IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Penyelesaian Masalah Dengan Metode Simpleks

Masalah-masalah dalam dunia nyata dapat diselesaikan dengan metode pemrograman linear bila mengandung empat karakteristik khusus sebagai berikut:

1. Pengetahuan yang pasti mengenai parameter
   Dalam hal seperti ini yang dilakukan adalah mengasumsikan bahwa semua koefisien dari variable keputusan dan batasan dari semua kendala yang ada dalam model diketahui dengan pasti.
2. Additity (penjumlahan)
   Karakteristik ini menyatakan bahwa variable-variabel fungsi tujuan merupakan penjumlahan dari semua komponen yang membentuknya.
3. Direct proportionality (proporsional langsung)
   Karakteristik ini menunjuk pada koefisien dari variable keputusan, yakni bahwa nilai koefisien adalah tetap.
4. Fractionality (pecahan)
   Fractionality menyatakan bahwa nilai koefisien variable keputusan tidak harus berupa bilangan bulat. Akan tetapi dalam hal suatu kasus dimana semua atau beberapa koefisien dibatasi harus berupa bilangan bulat, maka dapat menggunakan metode integer programming.

Masalah maksimasi atau minimisasi dalam pemrograman linear ini disebut tujuan masalah. Jadi penyelesaian masalah dengan pemrograman linear bertujuan untuk memaksimumkan atau meminimumkan sesuatu. Seperti yang telah dijelaskan juga bahwa persoalan maksimum dan minimum ini tidak terlepas dari persamaan dan ketidaksamaan yang dipergunakan dalam pemrograman linear, dimana persamaan dan ketidaksamaan ini meliputi beberapa operator matematika yaitu tanda $\leq$, $\geq$, = yang masing-masing tanda tersebut mempunyai cara penyelesaian masalah sendiri-sendiri untuk mencapai penyelesaian masalah yang paling optimal (solusi optimum). Penyelesaian masalah untuk masing-masing operator tersebut adalah dengan menambahkan variable slack, variable surplus atau variable artificial pada setiap persamaan atau ketidaksamaan pemrograman linear.

Dibawah ini akan dijelaskan beberapa penyelesaian masalah dengan metode simpleks untuk satu kasus minimisasi yang menggunakan tiga macam operator matematika seperti tersebut di atas. Kasus minimisasi ini akan diselesaikan dengan menggunakan prosedur aljabar yang bersifat iterative, yang bergerak selangkah demi selangkah dan penggunaan tabel simpleks untuk mencari alternatif penyelesaian optimal.

Jika pemrograman linear seperti berikut :

Minimalkan : $3x1 + 5x2$

Kendala :
$$x1 \leq 4$$
$$2x2 = 12$$
$$3x1 + 2x2 \geq 18$$
$$x1, x2 \geq 0$$

Cara I: Maka penyelesaian dengan menggunakan prosedur aljabar sebagai berikut :

Membentuk ke dalam bentuk standar simpleks :

Maksimalkan:
$$-3x1 - 5x2 + 0S1 - Ma2 + 0S3 - Ma3$$

Kendala:
$$x1 + 1S1 = 4$$
$$2x2 + a2 = 12$$
$$3x1 + 2x2 - 1s3 + a3 = 18$$

Bentuk kanonik :

Baris 0 : $Z - 3x1 - 5x2 + 0S1 - Ma2 + 0S3 - Ma3 = 0$

Baris 1: $x1 + 1S1 = 4$

Baris 2 : $2x2 + a2 = 12$

Baris 3 : $3x1 + 2x2 - 1S3 + a3 = 18$

Elemen kunci : x_2 baris ke 2

ERO 1 : koefisien x_2 baris ke 2 = 1

$$\tfrac{1}{2}(2x2 + 1a2) = \tfrac{1}{2}(12)$$
$$1x2 \quad + \tfrac{1}{2}a2 = 6$$

ERO 2 : koefisien x_2 baris ke 0 = 0

$$5(1x2 \quad + \tfrac{1}{2}a2) = 5(6)$$
$$5x2 \quad + 5/2\,a2 = 30$$

Hasil perhitungan tersebut dijumlahkan dengan persamaan baris ke 0, menjadi :

$$\begin{array}{r} 5x2 + 5/2\,a2 = 30 \\ Z - 3x1 - 5x2 + 0S1 - Ma2 + 0S3 - Ma3 = 0 \; + \\ \hline Z - 3x1 \quad + (5/2 - M)a2 - Ma3 = 30 \end{array}$$

ERO 3 : koefisien x_2 baris ke 3 = 0

$$-2(1x2 \quad + \tfrac{1}{2}a2) = -2(6)$$
$$-2x2 \quad -1a2 = -12$$

Hasil perhitungan tersebut dijumlahkan dengan persamaan baris ke 3, menjadi :

$$\begin{array}{r} -2x2 \quad -1a2 \qquad = -12 \\ 3x1 + 2x2 \quad -1S3 + a3 = 18 \\ \hline 3x1 \quad -1a2 - 1S3 + a3 = 6 \end{array} +$$

Bentuk kanonik baru iterasi ke 1:

Baris 0 : $Z - 3x1 \quad + (5/2 - M)a2 - Ma3 = 30$

Baris 1 : $x1 + 1S1 = 4$

Baris 2 : $1x2 + \tfrac{1}{2}a2 = 6$

Baris 3 : $3x1 - 1a2 - 1S3 + 1a3 = 6$

Elemen kunci : x_1 baris ke 3

ERO 1 : koefisien x_1 baris ke 3 = 1

$$1/3(3x1 \quad -1a2 - 1S3 + 1a3) = 1/3(6)$$
$$x1 \quad -1/3\,a2 \quad -1/3S3 + 1/3\,a3 = 2$$

ERO 2 : koefisien x_1 baris ke 0 = 0

$$3(x1 \quad -1/3\,a2 \quad -1/3S3 + 1/3\,a3) = 3(2)$$
$$3x1 \quad -1a2 \quad -1S3 + 1a3 = 6$$

Hasil perhitungan tersebut dijumlahkan dengan persamaan baris ke 0, menjadi :

$$3x1 \quad -1a2 \quad -1S3 + 1a3 \qquad = 6$$

$$Z - 3x1 \quad + (5/2 - M)a2 \quad - \quad Ma3 \quad = 30$$

$$+$$

$$Z \quad + (3/2 - M)a2 - 1S3 + (1 - M)a3 \quad = 36$$

ERO 3 : koefisien x_1 baris ke 1 = 0

$$-1(\ x1 \quad -1/3\,a2 \quad -1/3S3 \ +1/3\,a3\ ) \quad = -1(\ 2\ )$$

$$-\ x1 \quad +1/3\,a2 \ +1/3S3 \ -1/3\,a3 \quad = -\ 2$$

Hasil perhitungan tersebut dijumlahkan dengan persamaan baris ke 1, menjadi :

$$x1 \quad +1S1 \quad = \ 4$$

$$-\ x1 \quad +1/3\,a2 \ +1/3S3 \ -1/3\,a3 \quad = -\ 2$$

$$+$$

$$1S1 \ +1/3\,a2 \ +1/3S3 \ -1/3\,a3 \ = \ 2$$

Bentuk kanonik baru iterasi ke 2 :

Baris 0 : $Z \quad + (3/2 - M)a2 - 1S3 + (1 - M)a3 \ = 36$

Baris 1 : $1S1 \ +1/3\,a2 \quad +1/3S3 \ -1/3\,a3 \quad = \ 2$

Baris 2 : $1x2 \quad + \tfrac{1}{2}\,a2 \quad = \ 6$

Baris 3 : $x1 \quad -1/3\,a2 \ -1/3S3 \ +1/3\,a3 \ = \ 2$

Penyelesaian sudah optimal karena pada baris 0 tidak terdapat lagi variable x_1 dan x_2 yang mempunyai koefisien negatif.

Cara II : Untuk pemrograman linear yang sama akan diselesaikan dengan menggunakan tabel simpleks, sebagai berikut :

Membentuk ke dalam bentuk standar simpleks :

Maksimalkan : $-3x1 - 5x2 + 0S1 - Ma2 + 0S3 - Ma3$

Kendala : $x1 + \quad 1S1 = 4$

$$2x2 + a2 = 12$$

$$3x1 + 2x2 \quad - \ 1S3 + a3 = 18$$

Tabel simpleks yang dibuat dari bentuk standar simpleks di atas seperti berikut ini :

Kombinasi Produk	Cj	-3 x_1	-5 x_2	0 S_1	0 S_3	-M a_2	-M a_3	Kuantitas	Rasio
S_1	0	1	0	1	0	0	0	4	
a_2	-M	0	2	0	0	1	0	12	12/2 = 6
a_3	-M	3	2	0	-1	0	1	18	18/2 = 9
	Zj Cj – Zj							34	

Entering Variabel (EV) adalah variable yang mempunyai nilai paling negatif yaitu $x_{2.}$
Rasio dicari dengan cara membagi koefisien sisi kanan dengan koefisien EV. Rasio terkecilnya terdapat pada baris 2. Jadi elemen kuncinya adalah variable x_2 pada baris ke 2 dimana koefisien elemen kunci harus bernilai 1. Sedangkan untuk koefisien x_2 pada baris yang lainnya, yang bukan elemen kunci, harus bernilai 0.

Progresif, Vol. 2, No. 2, Agustus 2006 : 166 – 226 **ISSN 0216-3284**

Untuk menentukan elemen kunci harus bernilai 1 dan yang bukan elemen kunci harus bernilai 0 harus dilakukan perhitungan operasi baris atau Elementary Row Operation (ERO) terhadap masing-masing baris, seperti berikut :

Baris ke 2 : ½ (2x2 + 1a2) = ½ (12)

1x2 + ½ a2 = 6

Baris ke 3 : - 2 (1x2 + ½ a2) = - 2 (6)

- 2x2 - 1a2 = -12

Hasil perhitungan tersebut dijumlahkan dengan persamaan baris ke 3, menjadi :

$$
\begin{array}{r}
-2x2 \quad -1a2 \qquad\qquad = -12 \\
3x1 + 2x2 \quad - \quad 1S3 + a3 \;=\; 18 \\
\hline
3x1 \;\; -1a2 - 1S3 + a3 \;=\; 6
\end{array} +
$$

Hasil iterasi 1 dapat dituliskan dalam bentuk tabel simpleks berikut :

Komb. Produk	Cj	-3 x_1	-5 x_2	0 S_1	0 S_3	-M a_2	-M a_3	Kuan-titas	Rasio
S_1	0	1	0	1	0	0	0	4	4/1 = 4
x_2	-5	0	1	0	0	½	0	6	
a_3	-M	3	0	0	-1	-1	1	6	6/3 = 2
	Zj Cj – Zj	-3M -3+3M	-5 0	0 0	M -M	$^{-5}/_2$+M $^{5}/_2$-2M	-M 0	16	

Nilai Zj diperoleh dari menjumlahkan hasil perkalian masing-masing koefisien variable dengan koefisien pada kolom Cj.
Setelah semua proses perhitungan sudah dilakukan, untuk mengetahui apakah hasil tersebut sudah optimal atau belum yang harus dilihat kembali adalah nilai Cj – Zj. Jika nilai Cj – Zj ≥ 0 dan tidak ada variable artificial maka solusi sudah optimal, jika nilai Cj – Zj < 0 maka proses perhitungan harus diulangi kembali mulai dari penentuan elemen kunci dan perhitungan operasi baris (ERO) sampai solusi optimal tercapai atau nilai Cj – Zj ≥ 0.
Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa nilai Cj – Zj < 0 dan masih terdapat variable artificial maka syarat solusi optimal belum tercapai, oleh karena itu perlu dilakukan kembali proses perhitungan seperti di atas hingga tercapai solusi optimal.
Proses perhitungan untuk iterasi ke 2 sebagai berikut :

Elemen kunci harus bernilai 1untuk koefisien x_1 pada baris 3 :

Baris ke 3 : 1/3 (3x1 - 1S3 -1a2 +1a3) = 1/3 (6)

1x1 - 1/3S3 -1/3a2 +1/3a3 = 2

Baris ke 1 : -1 (1x1 - 1/3S3 -1/3a2 +1/3a3) = -1 (2)

-1x1 + 1/3S3 +1/3a2 -1/3a3 = - 2

Hasil perhitungan tersebut dijumlahkan dengan persamaan baris ke 1, menjadi :

$$
\begin{array}{r}
-1x1 \qquad +1/3S3 + 1/3a2 - 1/3a3 = -2 \\
1x1 + 1S1 = \;\; 4 \\
\hline
\end{array} +
$$

$$1S1 + 1/3S3 + 1/3a2 - 1/3a3 = 2$$

Tabel simpleks hasil iterasi ke 2 adalah :

Komb. Produk	Cj	-3 x_1	-5 x_2	0 S_1	0 S_3	-M a_2	-M a_3	Kuan-titas	Rasio
S_1	0	0	0	1	⅓	⅓	-⅓	2	
x_2	-5	0	1	0	0	½	0	6	
x_1	-3	1	0	0	-⅓	-⅓	⅓	2	
	Zj Cj – Zj	-3 0	-5 0	0 0	1 -1	$^{-3}/_2$ $-M+{}^3/_2$	-1 -M - 1	10	

Penyelesaian sudah optimal karena Cj – Zj ≥ 0 dan tidak ada lagi variable artificial.

DAFTAR PUSTAKA

Fausett, L., *Fundamentals of Neural Networks : Architectures, Algorithms and Applications*, Prentice-Hall International, Inc., 1994

Furui, Sadaoki, *Digital Speech Processing, Synthesis, and Recognition,* Marcel-Dekker, New York, 1989

Gibbs, Simon J. and Tsichritzis D. C., *Multimedia Programming : Objects, Environments and Framework,* Addison-Wesle, Cambridge, 1995

Holmes, J. N., *Speech Synthesis And Recognition*, Chapman & Hall, 1993

Parson, Thomas, W., *Voice and Speech Processing,* McGraw-Hill, USA, 1986

Proakin, John G., Manolakis, Dimitri G., *Digital Signal Processing : Principle, Algorithmns and Applications*, Prentice Hall, 1995

Rabiner, L., Juang, H. B., *Fundamentals Of Speech Recognition,* Prentice Hall International, Inc., New Jersey, 1993

Schalkoff, Roberrt J., *Artificial Neural Network,* McGRAW-Hill Int, 1997

<u>Penulis</u>

Nama : Ir. Yulia Yudihartanti
Dosen Kopertis Wilayah XI Kalimantan
Dpk. pada Sekolah Tinggi Manajemen Informatika dan Komputer (STMIK) Banjarbaru